

Massenbestimmung der Milchstraße aus der Rotationskurve

Seminarvortrag von Josef Koller
zur Themenreihe „Dark Matter“

11. November 1997
Universität Innsbruck

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Geschichte	2
3	Wiederholung	3
3.1	Das galaktische Koordinatensystem	3
3.2	Die galaktische Rotation	4
3.3	Die Oort'schen Konstanten	6
4	Die Rotationskurve	8
4.1	Qualitative Beschreibung der Rotationskurve	8
4.2	Die Methoden der Messung	8
4.2.1	Die innere Milchstraße	9
4.2.2	Die äußere Milchstraße	10
4.3	Kinematische Probleme - die Nord-Süd Asymmetrie	11
4.4	Dynamische Probleme	12
5	Die Massenbestimmung aus der Rotationskurve	12
5.1	Der erste Versuch	12
5.2	Der Zusammenhang zwischen den Rotationsparametern R_0 , Θ_0 und der äußeren Rotationskurve	13
5.3	Massenmodelle der Milchstraße	15
5.4	DM in der Scheibe der Galaxis?	15
5.5	Ein Halo aus Dunkler Materie	17
5.6	Der galaktische Warp	17
6	Massenabschätzung durch entfernte Objekte	18
6.1	Die Fluchtgeschwindigkeit	18
6.2	Kugelsternhaufen	19
6.3	Entfernte Sterne	19
6.4	Entfernte Satelliten der Milchstraße	19
7	Zusammenfassung	20

1 Einleitung

Wie groß ist die Masse unserer Milchstraße? Mit hauptsächlich dieser Frage werde ich mich im heutigen Seminarvortrag beschäftigen. Viele verschiedene Ansätze und Anstrengungen wurden unternommen, um diesen einen Wert zu bestimmen. Heutzutage ist man sich fast einig, daß die sichtbare Materie allein zu wenig ist, um alle Messungen erklären zu können. Es wird also ein Halo angenommen, der sich weit über die leuchtende Milchstraße hinaus erstreckt. Wie weit aber reicht dieser Halo an Dunkler Materie hinaus? Woraus besteht er überhaupt? Ist er sphärisch oder abgeflacht? Ist in der Scheibe nur sichtbare Materie vorhanden?

Ich kann nur versuchen, ein paar von den Problemen zu erläutern, die bei diesen vielen Fragen auftauchen. Eine Antwort ist allerdings noch nicht möglich, da noch keineswegs eine eindeutige Lösung gefunden wurde.

2 Geschichte

Die ersten systematischen Ansätze zur Bestimmung der räumlichen Verteilung der Sterne machte William Herschel im 18. Jahrhundert. Im frühen 20. Jahrhundert konnte Jacobus Kapteyn die Daten von Sternzählungen, Radialgeschwindigkeiten und Eigenbewegungen zu einem Gesamtbild kombinieren. Sein Ergebnis war eine detaillierte Beschreibung von Größe und Form der Milchstraße: Das sogenannte Kapteyn-Universum war linsenförmig flachgedrückt mit einem Achsenverhältnis von 5:1. Kapteyn schätzte auch die Masse der Galaxis mittels der gezählten Sterne und deren durchschnittlicher Masse. Er kam auf $N = 4.74 \cdot 10^{10}$ und auf zirka $1 \cdot 10^{10} M_{\odot}$ - die erste plausible Schätzung der Gesamtmasse der Milchstraße.

Harlow Shapley verhalf mit seiner Entdeckung, daß die Sonne nicht im Zentrum der Milchstraße liegt, zu einer modernen Sichtweise. Lindblad versuchte als erster, ein Modell für die Rotation der Galaxis zu erstellen. Damit kam er auf eine Masse von $1.8 \cdot 10^{11} M_{\odot}$.

Ein weiterer wichtiger Schritt war die Behandlung der galaktischen Rotation durch Oort (1927). Er nahm eine kreisförmige Rotation der Galaxis an und machte weitere Näherungen für Sterne in Sonnennähe. Die dabei entstehenden Gleichungen beschreiben die relative Bewegung in Abhängigkeit von der differentiellen Rotation. Die genaue Bestimmung der Oort'schen Konstanten ist aber heute noch ein Problem. Die Herleitung der Oort'schen Konstanten erfolgt im Kapitel 3.3.

Bucarius (1934) war der erste, der ein Modell für die Massenverteilung der Milchstraße aufstellte und diese Dichteverteilung auf die lokalen Rotationsparameter anwandte. Mit seinem Modell kam er auf eine Masse von $2.4 \cdot 10^{11} M_{\odot}$.

Mit der Zeit wurden durch bessere optische Geräte Radialgeschwindigkeiten und Eigenbewegungen von O und B Sternen sowie von Planetarischen Nebeln in der ganzen Galaxis gemessen. Die Planetarischen Nebel haben aber heute noch nicht die volle Aufmerksamkeit zur Massenbestimmung erlangt, da ihre Entfernungsbestimmung weiterhin unsicher ist.

Revolutioniert wurden die Strukturmessungen durch die Entdeckung der 21 cm Linie des interstellaren Wasserstoffs in der galaktischen Scheibe. Sie wurde zum erstenmal 1951 von Harold Even und Edward Purcell gemessen. Die Milchstraße erwies sich in diesem Wellenlängenbereich als weitgehend transparent, und so waren die Astronomen in der Lage, eine globale kinematische Verteilung zu messen. Das Model der Massenverteilung von

Schmidt (1965) fand jahrelange Akzeptanz mit dem Wert $1.8 \cdot 10^{11} M_{\odot}$. In den späten Siebziger Jahren konnten weitere Verbesserungen für das Schmidt'sche Modell gefunden werden. Diese sind im wesentlichen heute noch in Verwendung.

3 Wiederholung

3.1 Das galaktische Koordinatensystem

Der galaktische Äquator ist als Großkreis durch die Ebene der Milchstraße definiert. Diese Ebene hat einen Neigungswinkel von $62^{\circ}36'$ zum Himmelsäquator. Der galaktische Nordpol liegt daher bei $\alpha = 12^{\text{h}}49^{\text{m}}$ und $\delta = +27^{\circ}24'$. Die galaktische Breite wird mit b und die galaktische Länge mit l abgekürzt.

Es gibt zwei verschiedene galaktische Koordinatensysteme. Der Unterschied ist reine Definitionssache und hat keinen physikalischen Grund. Das ältere System wird mit l^I und b^I bezeichnet, wobei der Nullpunkt für die galaktische Länge beim Schnittpunkt vom Himmelsäquator mit dem galaktischen Äquator liegt. Das neue galaktische System bezeichnet man dagegen mit l^{II} und b^{II} , und der Nullpunkt liegt in Richtung galaktisches Zentrum. Es wird eigentlich nur mehr dieses neue System verwendet, und so läßt man auch den hochgestellten römischen Zweier weg.

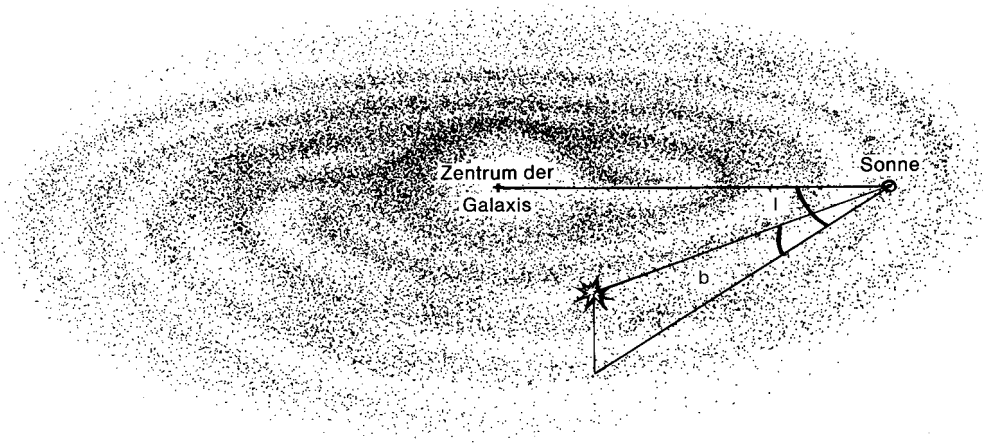


Abbildung 1: Das galaktische Koordinatensystem [14]

3.2 Die galaktische Rotation

Mit Abbildung 2 können wir nun Definitionen der verschiedenen Größen einführen, wie in Tabelle 1 beschrieben wird.

R	Radius von einem beliebigen Punkt aus zum galaktischen Zentrum
R_0	Radius vom LSR zum galaktischen Zentrum
Θ	Kreisbahngeschwindigkeit bei Radius R
Θ_0	Kreisbahngeschwindigkeit des LSR
d	Distanz zwischen Sonne und einem beliebigen Punkt in der Galaxis
v_R	beobachtete Radialgeschwindigkeit relativ zur Sonne
v_T	beobachtete Tangentialgeschwindigkeit relativ zur Sonne
$\omega = \Theta/R$	Winkelgeschwindigkeit bei Entfernung R vom galaktischen Zentrum
$\omega_0 = \Theta_0/R_0$	Winkelgeschwindigkeit des LSR

Tabelle 1: Die verschiedenen Variablen zu Beschreibung der galaktischen Rotation

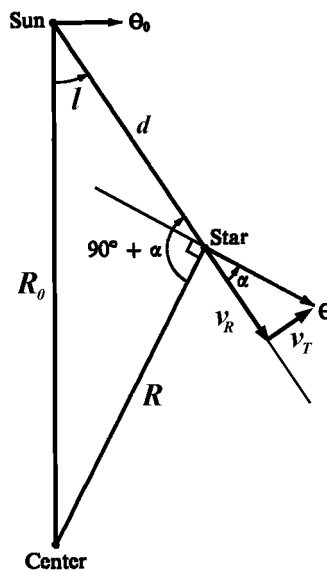


Abbildung 2: Die verschiedenen Größen, die zur Berechnung der differentiellen Rotation eingehen [20]

Aufgrund der differentiellen Rotation der Galaxis wird jedes beobachtete Objekt im allgemeinen radiale sowie tangentiale Komponenten haben. Im folgenden werden wir die Gleichungen herleiten, die diese Rotation bezüglich der Sonnenumgebung beschreiben. Dazu sollten wir vorher noch einmal die Definition des „Local Standard of Rest“ (im folgenden mit LSR abgekürzt) wiederholen:

Definition LSR: (dynamisch) Der LSR sei ein Punkt in der Sonnenumgebung, der einen perfekten kreisförmigen Orbit um das galaktische Zentrum beschreibt. Dieser Orbit

sei nur von gravitativen Kräften abhängig, die auf den fiktiven Punkt LSR wirken.

Weiters gibt es noch eine andere Möglichkeit, den LSR zu definieren:

Definition LSR: (kinematisch) v_x^i, v_y^i und v_z^i repräsentieren die Geschwindigkeitskomponenten eines Sterns i in einem inertialen Rahmen, dann lauten die Komponenten des LSR

$$\langle v_x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_x^i \quad (1)$$

$$\langle v_y \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_y^i \quad (2)$$

$$\langle v_z \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_z^i \quad (3)$$

Voraussetzung dafür ist, daß die Geschwindigkeiten der betrachteten Sterne zufällig verteilt sind. Die mittlere Geschwindigkeit der betreffenden Sterne ist dann bezüglich des lokalen Bezugssystems null.

Aus Abbildung 2 können wir für die Radialgeschwindigkeit

$$v_R = \Theta \cos \alpha - \Theta_0 \sin l \quad (4)$$

ablesen. Weiters können wir mit dem Sinussatz

$$\frac{\sin l}{R} = \frac{\sin(90^\circ + \alpha)}{R_0} = \frac{\cos \alpha}{R_0} \quad (5)$$

die Gleichung (4) zu

$$v_R = \frac{\Theta}{R} R_0 \sin l - \Theta_0 \frac{R_0}{R_0} \sin l \quad (6)$$

oder zu

$$v_R = R_0(\omega - \omega_0) \sin l \quad (7)$$

umformen. Die Gleichungen (6) und (7) sind nur durch die Annahme von Kreisbahnen entstanden.

Für die Tangentialgeschwindigkeit finden wir aus Abbildung 2

$$v_T = \Theta \sin \alpha - \Theta_0 \cos l \quad (8)$$

wobei v_T positiv ist, wenn in Richtung steigendem l gemessen wird. Aus Abbildung 3 erkennen wir

$$R \sin \alpha = R_0 \cos l - d \quad (9)$$

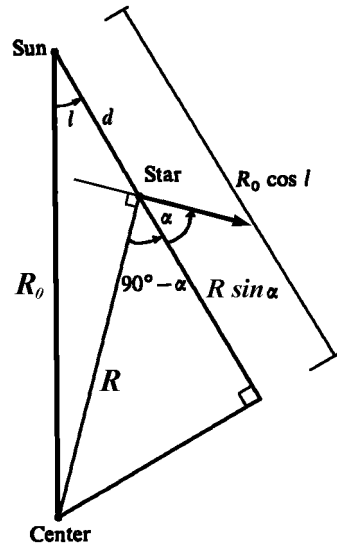
sodaß

$$v_T = \frac{\Theta}{R} (R_0 \cos l - d) - \frac{\Theta_0}{R_0} R_0 \cos l \quad (10)$$

oder

$$v_T = R_0(\omega - \omega_0) \cos l - \omega d \quad (11)$$

Diese Gleichungen sind wieder nur durch die Annahme entstanden, daß die galaktische Rotation kreisförmig sei.

Abbildung 3: Ablesen von v_T [20]

3.3 Die Oort'schen Konstanten

Mit einer Reihenentwicklung nach Taylor von $\omega(R)$ an der Stelle R_0 in Gleichung (7) bis zum ersten Glied finden wir

$$\omega - \omega_0 = \left(\frac{d\omega}{dR} \right)_{R_0} (R - R_0) \quad (12)$$

Nun ist durch die Kettenregel

$$\frac{d\omega}{dR} = \frac{d}{dR} \frac{\Theta}{R} = \frac{1}{R} \frac{d\Theta}{dR} - \frac{\Theta}{R^2} \quad (13)$$

gegeben. Somit folgt, daß

$$\left(\frac{d\omega}{dR} \right)_{R_0} = \frac{1}{R_0} \left(\frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} - \frac{\Theta_0}{R_0^2} \quad (14)$$

Und daher finden wir für Gleichung (7)

$$v_R = \left[\left(\frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} - \frac{\Theta_0}{R_0} \right] (R - R_0) \sin l \quad (15)$$

In der Sonnenumgebung gilt für $d \ll R_0$, daß die Projektion von R auf R_0 fast gleich R ist. Siehe dazu auch Abbildung 4. Also

$$R_0 - R \approx d \cos l \quad (16)$$

und daher

$$v_R \approx \left[\frac{\Theta_0}{R_0} - \left(\frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} \right] d \sin l \cos l \quad (17)$$

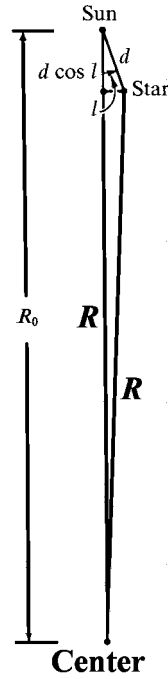


Abbildung 4: Mittels dieser Skizze erkennen wir, welche Größen wir vernachlässigen können [20]

Mit Hilfe der trigonometrischen Relation $\sin l \cos l = \frac{1}{2} \sin 2l$ und

$$A := \frac{1}{2} \left[\frac{\Theta_0}{R_0} - \left(\frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} \right] \quad (18)$$

erhalten wir

$$v_R = Ad \sin 2l \quad (19)$$

Der Koeffizient, der durch Gleichung (18) definiert wird, ist als Oort'sche Konstante bekannt. Es sollte hier betont werden, daß für Gleichung (17) und (18) einzige Voraussetzung die Sonnenumgebung mit $d \ll R_0$ war.

Weiters finden wir mittels einer Reihenentwicklung nach Taylor von Gleichung (11) und durch Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung auf analoge Weise [20]

$$v_T \approx \left[\frac{\Theta_0}{R_0} - \left(\frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} \right] d \cos^2 l - \frac{\Theta_0}{R_0} d = d(A \cos 2l + B) \quad (20)$$

unter Verwendung des Winkelsatzes $\cos^2 l = \frac{1}{2}(1 + \cos 2l)$. B wird ebenfalls als Oort'sche Konstante bezeichnet und ist über obige Gleichung (20) definiert durch

$$B := -\frac{1}{2} \left[\frac{\Theta_0}{R_0} + \left(\frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} \right] \quad (21)$$

Durch diese grundlegenden Definitionen der Oort'schen Konstanten (18) und (21) erkennt man auch einen Zusammenhang zwischen diesen Konstanten:

$$\frac{\Theta_0}{R_0} = A - B \quad \text{und} \quad \left(\frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} = -(A + B) \quad (22)$$

Diese Relation wird sehr häufig benutzt. Für A gibt es noch eine Alternative, nämlich

$$A = -\frac{1}{2}R_0 \left(\frac{d\omega}{dR} \right)_{R_0} \quad (23)$$

Die IAU hat zur Bestimmung der galaktischen Konstanten eigens eine Kommission eingesetzt [15]. Im Jahre 1985 wurden folgende Werte empfohlen:

Oort'sche Konstante	IAU 1985	IAU 1964	Einheiten
R_0	8.5 ± 1.1	10	kpc
Θ_0	222 ± 20	250	$km s^{-1}$
A	14.4 ± 1.2	15	$km s^{-1} kpc^{-1}$
B	-12.0 ± 2.8	-10	$km s^{-1} kpc^{-1}$
$A - B$	26.4 ± 1.9	25	$km s^{-1} kpc^{-1}$

Tabelle 2: Werte für die Oort'schen Konstanten, die von der IAU empfohlen wurden

4 Die Rotationskurve

4.1 Qualitative Beschreibung der Rotationskurve

Die zentralen Gebiete der Milchstraße rotieren wie ein starrer Körper; das heißt, die Winkelgeschwindigkeit ist unabhängig vom Radius. Danach fällt die Rotationsgeschwindigkeit wieder ab, steigt dann bei einem Radius von zirka $R = 3 kpc$ an und bleibt danach ungefähr auf dem selben Niveau. Deutlich erkennt man in Abbildung 5, daß die Planetarischen Nebel eine Sonderstellung einnehmen - sie liegen unterhalb der Werte, die mittels der H I Wolken bestimmt wurden.

Ein Maximum der Geschwindigkeit ergibt sich bei zirka $8 kpc$ Entfernung vom Zentrum. Die Sonnenumgebung, bei ungefähr $8.5 kpc$, rotiert mit einer Geschwindigkeit von zirka $220 km sec^{-1}$.

4.2 Die Methoden der Messung

Um die Rotationskurve der Galaxis bestimmen zu können, muß man Objekte beobachten, die auf annähernd kreisförmigen Bahnen um das Milchstraßenzentrum wandern. In der Praxis sind das Objekte mit einer geringen Geschwindigkeitsdispersion. Außerdem sollte sich die Lage der Objekte über einen möglichst großen Radialbereich R der Galaxis erstrecken. Leider sind optische Beobachtungen über einen größeren Bereich durch die interstellare Absorption limitiert. Glücklicherweise kommt uns da die Hyperfeinstruktur des neutralen Wasserstoffs zu Hilfe, deren Übergang eine Strahlung bei einer Wellenlänge von $21 cm$ verursacht. Diese Wellenlänge ist im Vergleich zur interstellaren Materie (zirka $10^{-5} cm$) viel größer, erleidet daher fast keine Absorption und kann deshalb über weite Entfernungen beobachtet werden.

Für die Berechnung der Rotationskurve sind die Messung der Radialgeschwindigkeit und die Distanzbestimmung von entscheidender Bedeutung.

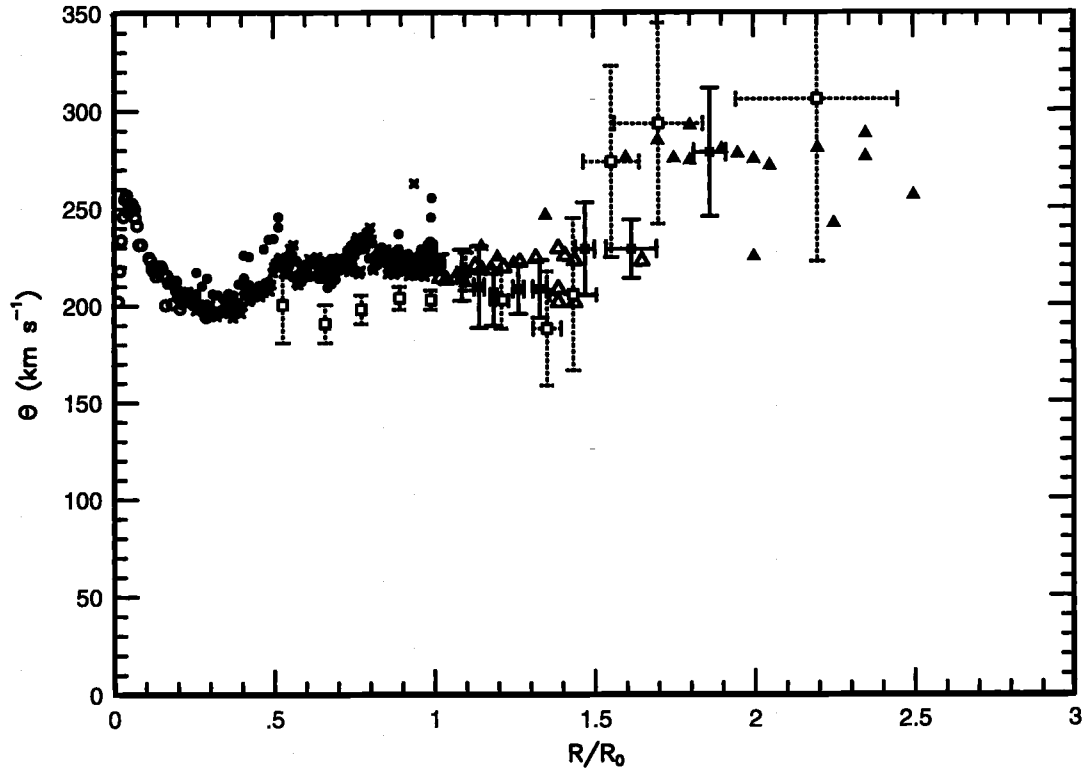


Abbildung 5: Die Rotationskurve der Galaxis mit $\Theta_0 = 220 \text{ km sec}^{-1}$ und $R_0 = 8.5 \text{ kpc}$: offene und gefüllte Kreise - aus H I Tangentialmethode; Kreuze - CO Messungen; offene Quadrate - Planetarische Nebel; gefüllte Quadrate - H II Regionen; offene und gefüllte Dreiecke - aus der Scheibengeometrie bestimmt (aus [12] und deren weitere Referenzen)

4.2.1 Die innere Milchstraße

Die Kinematik der inneren Milchstraße läßt uns direkt die Rotationsgeschwindigkeit mit der Tangentenmethode bestimmen. Mit Gleichung (7) ($v_R = R_0(\omega - \omega_0) \sin l$) und Abbildung 6 erkennen wir, daß entlang einer gegebenen Sichtlinie verschiedene Radialgeschwindigkeiten gemessen werden. Die größte Radialgeschwindigkeit wird bei den H I Wolken gemessen, die die kürzeste Entfernung zum Milchstraßenzentrum haben (Abb. 7).

Wir setzen also in die folgende Gleichung die maximale Radialgeschwindigkeit ein, die gemessen wurde. Damit und mit dem aus Abbildung 6 ersichtlichen Zusammenhang $R = R_0 \sin l$ erhalten wir

$$v_{R,max} = R_0(\omega - \omega_0) \sin l \quad (24)$$

Nun können wir mit dem berechneten Paar $(\Theta = R\omega, R)$ den Eintrag in der Rotationskurve vornehmen.

In der inneren Rotationskurve findet man einige Oszillationen mit Amplituden von zirka 10 km sec^{-1} . Früher wurden diese Messungen so erklärt, daß in einigen Sichtlinien keine H I Wolken am Tangentenpunkt lagen und daher nicht die maximale Geschwindigkeit

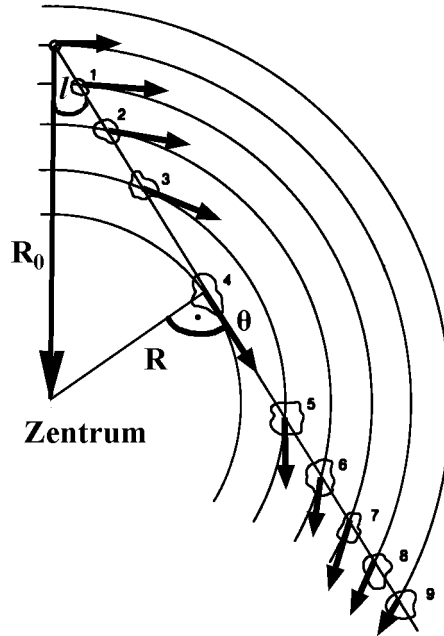


Abbildung 6: Objekte, die in der selben Richtung, aber in unterschiedlicher Entfernung liegen [14]

gemessen wurde. Es wurden daher einfach geglättete Kurven durch die höchsten Punkte gelegt (Abb. 8).

Tatsache ist, daß diese Amplituden lokale Irregularitäten widerspiegeln, die wahrscheinlich durch die Spiralstruktur entstehen. Es ist also viel plausibler, eine geglättete mittlere Kurve durch die Oszillationen selbst zu legen.

4.2.2 Die äußere Milchstraße

Außerhalb der Sonnenbahn gibt es keine solche Tangentenpunkte. Es müssen also die Radialgeschwindigkeiten der Objekte und deren Entfernung unabhängig voneinander gemessen werden. Für diese Art der Messung haben sich die H II Regionen als besonders hilfreich erwiesen. Ist der Stern, der diese H II Region zum Leuchten bringt, einmal identifiziert, kann

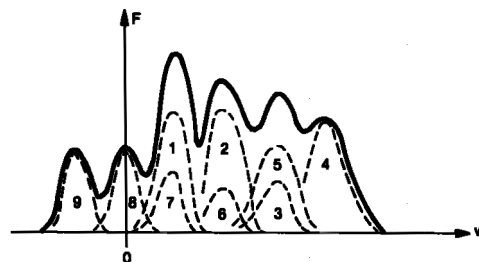


Abbildung 7: H I Wolken mit unterschiedlicher Entfernung haben verschiedene Geschwindigkeiten und ergeben deshalb Emissionslinien mit unterschiedlichen Dopplerverschiebungen. Das beobachtete Flußprofil ist die Summe aller H I Wolken in einer Beobachtungslinie. [14]

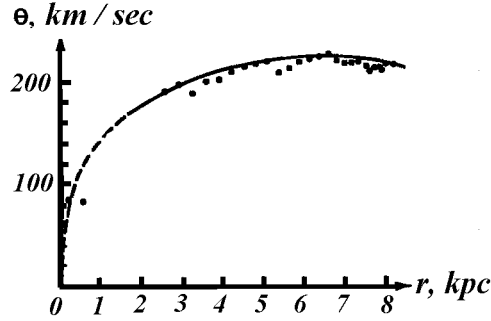


Abbildung 8: Die innere Rotationskurve: Erkennbar sind die Oszillationen und die geglättete Kurve [20]

die Distanz gemessen werden. Mit der H II Wolke bestimmt man die Radialgeschwindigkeit.

Für die äußere Milchstraße wurden auch schon andere Objekte vermessen: Zum Beispiel OB Sterne, Planetarische Nebel, offene Sternhaufen, Kohlenstoffsterne und Cepheiden. Eine alternative Methode basiert auf der vertikalen Dickemessung der galaktischen H I Schichten. Es sei dabei besonders auf die Literaturangaben in [7] verwiesen.

Früher reichten diese Messungen nur bis $1.3 R_0$, also bis zirka 11 kpc . Das war viel zu wenig, um eine Aussage über die äußere Rotationskurve zu machen.

Der Zusammenhang für die Bestimmung der Kreisbahngeschwindigkeit in der äußeren Galaxis lautet [15]

$$\Theta = \left[1 - \frac{R}{R_0} \left(\frac{R}{R_0} - 2 \cos l \right) \right] \left(\frac{v_R}{\sin l} + \Theta_0 \right) \quad (25)$$

4.3 Kinematische Probleme - die Nord-Süd Asymmetrie

Die Rotationskurve wird unter der Annahme der kreisförmigen Rotation berechnet. Daher geht die Bestimmung der Rotationskurve nicht ohne Probleme vor sich. Bemerkenswert ist dabei die Nord-Süd Asymmetrie besonders zwischen $l = 30^\circ$ und $l = 50^\circ$ und den entsprechenden galaktischen Längen gegenüber im 4. Quadranten. Sie heißt deshalb Nord-Süd Asymmetrie, da Teile der Milchstraße nur von der Nordhalbkugel und andere wiederum nur von der Südhalbkugel aus beobachtet werden können.

Bei dieser Asymmetrie werden Differenzen bis zu 10 km sec^{-1} gemessen. Als mögliche Begründung diskutiert man eine systematische Bewegung des LSR nach außen. So wird argumentiert, daß eine generelle Expansion der Galaxis von 7 km sec^{-1} diese Asymmetrie beseitigen würde. Eine weitere Möglichkeit, die zur Zeit vermehrt im Gespräch ist, wäre ein triaxialer Halo aus dunkler Materie. Dieser würde ein unsymmetrisches Potentialfeld bewirken, das seinerseits wiederum eine nichtzirkuläre Bewegung der Sonnenumgebung zulassen würde.

Zur Zeit ist die Situation noch ungeklärt: Es gibt zwar starke Hinweise, daß eine stationäre und symmetrische Galaxis mit dem konventionellen LSR inkonsistent mit den Messungen ist. Trotzdem werden verbesserte Modelle einfach nicht verwendet, da in einigen Arbeiten die Nord-Süd Asymmetrie angezweifelt, in anderen wiederum bestätigt oder sogar stärker vorgefunden wird. (Siehe [5] und deren Referenzen)

4.4 Dynamische Probleme

Es besteht kein Zweifel, daß gravitative Kräfte die Bewegungen von einzelnen Sternen kontrollieren. Es werden aber zumeist Messungen am interstellaren Gas vorgenommen. Diese könnten sehr wohl durch das galaktische Magnetfeld und hydrodynamische Effekte beeinflusst werden. Die Frage ist also, ob ein starkes Magnetfeld interstellares Gas beschleunigen könnte und somit die hohen Geschwindigkeiten in der flachen Rotationskurve erklärt wären. Es wäre also keine Dunkle Materie (DM) oder massiver Halo mehr notwendig! Ein Vergleich der gemessenen Feldstärken in unserer Galaxis ergibt folgendes Bild: Für eine komplette Erklärung der flachen Rotationskurve wäre ein B-Feld mit zirka $9 \mu G$ in Sonnenumgebung notwendig. In unserer Galaxis wird aber ein Magnetfeld mit nur $4 \mu G$ in einem Bereich von $R = 10 \text{ kpc}$ bis $R = 11 \text{ kpc}$ gemessen. Die Werte für diese „magnetic-support“ Modelle werden in [25] mit Messungen in der Milchstraße und mit M31 verglichen.

5 Die Massenbestimmung aus der Rotationskurve

5.1 Der erste Versuch

Die Massenverteilung im Milchstraßensystem kann auf der Grundlage der Rotationskurve studiert werden. Man sucht nach einer passenden Massenverteilung, mit der die beobachtete Rotationskurve reproduziert werden kann.

Nach früheren Vorstellungen sollte die Geschwindigkeit außerhalb der Sonnenumgebung mit zunehmendem Radius kontinuierlich abnehmen (Kepler'scher Abfall). Das würde bedeuten, daß die überwiegende Masse der Galaxis sich innerhalb der Sonnenbahn befindet. Diese Masse kann durch Gleichsetzen der Zentrifugalkraft mit der Gravitationskraft gefunden werden.

$$\frac{m\Theta^2}{R} = \frac{GMm}{R^2} \quad \Rightarrow \quad \Theta^2 = \alpha \frac{GM}{R} \quad (26)$$

Der Faktor α wurde eingeführt, um die Abflachung der Massenverteilung zu beschreiben. Wir setzen hier $\alpha = 1$ für eine vollkommen sphärische Verteilung. Mit den Werten von $R_0 = 8.5 \text{ kpc}$ und $\Theta_0 = 220 \text{ km sec}^{-1}$, die von der IAU 1985 [15] vorgeschlagen wurden, erhält man eine Masse von

$$M \approx 1 \cdot 10^{11} M_{\odot}$$

Diese Berechnung beruht auf der Voraussetzung, daß innerhalb der Bahn der Sonne um das galaktische Zentrum die gesamte Masse im Mittelpunkt konzentriert ist. Wenn dies richtig wäre, müßte die Rotationskurve den Kepler'schen Gesetzen nach der Formel $\Theta \propto R^{-\frac{1}{2}}$ gehorchen. Daß das nicht der Fall ist, kann mit den Werten der Oortschen Konstanten begründet werden. Die Ableitung der Keplerbeziehung

$$\Theta = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{GM} R^{-\frac{1}{2}} \quad (27)$$

ergibt

$$\frac{d\Theta}{dR} = -\frac{1}{2} \sqrt{GM} R^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2} \frac{\Theta}{R} \quad (28)$$

Unter Benutzung von (22) findet man

$$\frac{A - B}{A + B} = 2 \quad (29)$$

für eine Kepler'sche Rotationskurve. Dies stimmt mit den beobachteten Werten nicht überein. Man braucht nur die IAU-Werte einzusetzen, die aus Beobachtungen abgeleitet wurden. So findet man den Wert 5 für die alten IAU-Werte oder gar 11 für die neuen Werte. Daher kann das angenommene Kepler'sche Gesetz in Sonnenumgebung noch nicht gültig sein.

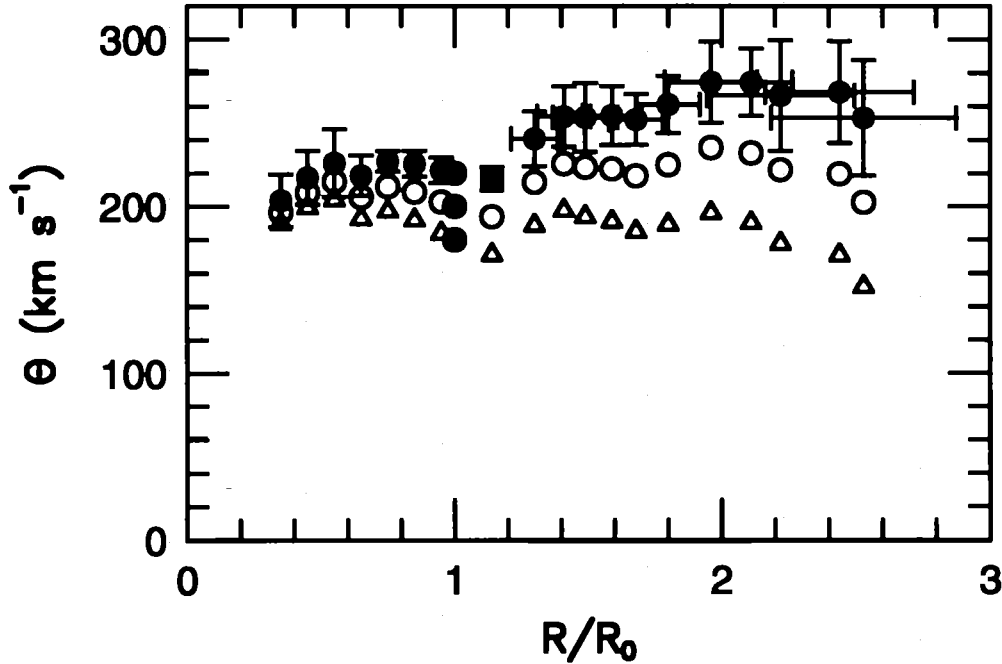


Abbildung 9: Die Rotationskurve der Galaxis auf Basis von HI Messungen für verschiedene Rotationsparameter. Die gefüllten Kreise wurden mit einem $\Theta_0 = 220 \text{ km sec}^{-1}$, die offenen Kreise mit $\Theta_0 = 200 \text{ km sec}^{-1}$ und die Dreiecke mit $\Theta_0 = 180 \text{ km sec}^{-1}$ berechnet. [11]

5.2 Der Zusammenhang zwischen den Rotationsparametern R_0 , Θ_0 und der äußeren Rotationskurve

Die Form der Rotationskurve hängt von den Werten ab, die man für die Rotationsparameter verwendet hat. Wenn zum Beispiel der Wert für Θ_0 um $\Delta\Theta_0$ erhöht wird, dann ändert sich die Kreisbahngeschwindigkeit mit

$$\Delta\Theta(R) = \Delta\Theta_0 \frac{R}{R_0} \quad (30)$$

Daher bewirkt ein gesenkter Wert von Θ_0 das Absenken der Rotationskurve. Das Verändern von R_0 bewirkt dagegen nur eine horizontale Streckung oder Stauchung der Rotationskurve.

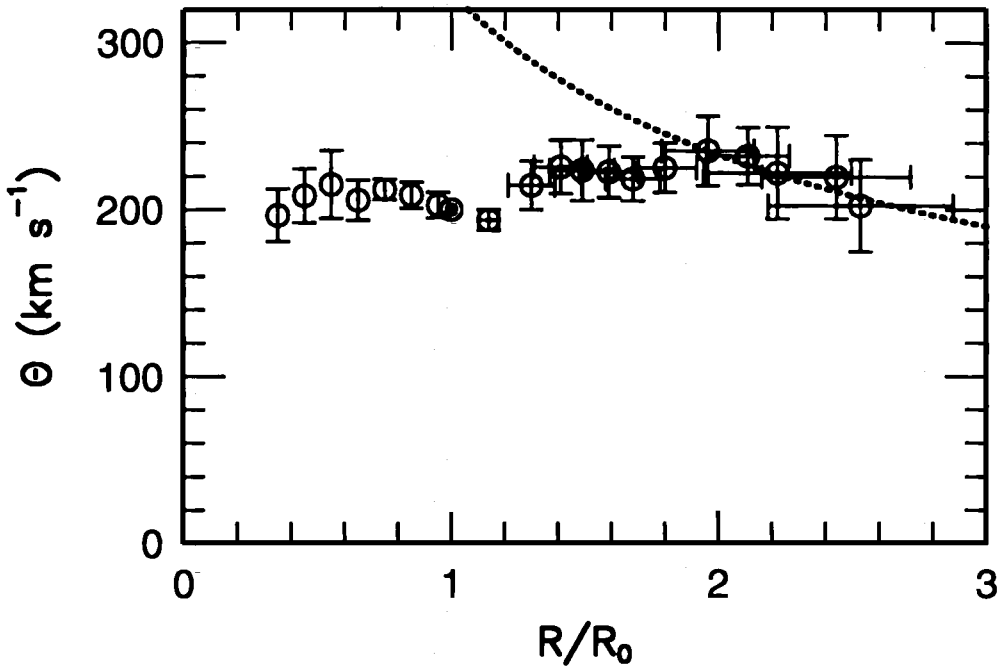


Abbildung 10: Rotationskurve für $\Theta_0 = 200 \text{ km sec}^{-1}$ und $R_0 = 7.6 \text{ kpc}$ mit Kepler'scher Rotationskurve (punktierter Linie) für eine Punktmasse von $2.0 \cdot 10^{11} M_\odot$ [11]

Als die IAU 1985 neue Werte empfahl, wurde die früher stark ansteigende Rotationskurve der Milchstraße plötzlich flach! Die alten Werte der IAU Kommission 1964 waren $R_0 = 10 \text{ kpc}$ und $\Theta_0 = 250 \text{ km sec}^{-1}$ (Tabelle 2). [5]

In [11],[12] und [13] wurde die Rotationskurve bei unterschiedlichen Rotationsparametern untersucht. Einen guten Überblick über die Ergebnisse gibt Abbildung 9.

Wir erkennen darin, daß die Rotationskurve zu fallen beginnt. Was wäre nun, wenn wir bei zirka $2 R_0$ oder 15 kpc eine Kepler'sche Kurve durchlegen (Abb. 10)? Wir sehen, das wäre ohne weiters eine Möglichkeit. In Abbildung 11 können wir die Gesamtmasse der Milchstraße ablesen. Bei einem Wert für $\Theta_0 = 200 \text{ km sec}^{-1}$ würden wir $M_G = 2 \cdot 10^{11} M_\odot$ erhalten. Natürlich muß man dabei bedenken, daß die Fehler in der äußeren Milchstraße noch sehr groß sind.

Zum Vergleich: Die Scheibe unserer Milchstraße reicht mit der sichtbaren Materie bis zirka $13 - 13.5 \text{ kpc}$. Während eine Kepler'sche Rotationskurve keine Dunkle Materie (DM) jenseits von $2R_0$ benötigt, so ist auf jeden Fall DM innerhalb dieser Grenze notwendig: Bis $2R_0$ bleibt die Rotationkurve ja annähernd konstant. Somit würde der Anteil an DM sehr viel kleiner sein und weniger weit hinaus reichen als früher angenommen.

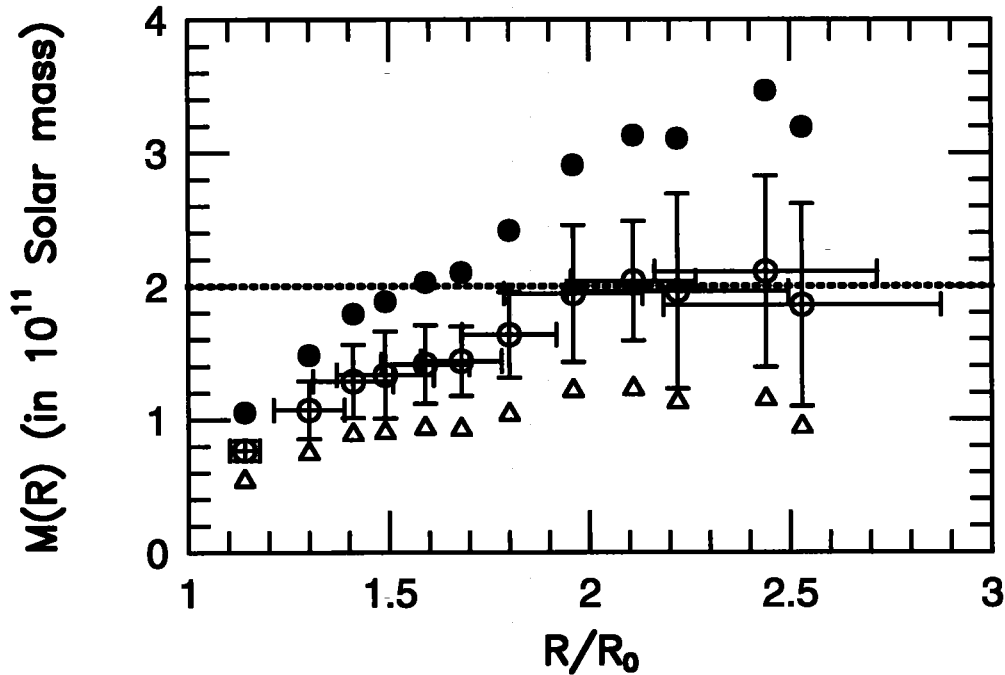


Abbildung 11: Masse innerhalb des Radius R für gefüllte Kreise - $\Theta_0 = 220 \text{ km sec}^{-1}$; offene Kreise - $\Theta_0 = 200 \text{ km sec}^{-1}$; Dreiecke - $\Theta_0 = 180 \text{ km sec}^{-1}$ [11]

5.3 Massenmodelle der Milchstraße

Die gravitative Anziehung einer beliebigen Massenkonfiguration ist sehr schwer zu berechnen. Im allgemeinen kann das nur numerisch geschehen. Ziel beim Berechnen eines galaktischen Modells ist es, Konfigurationen zu finden, deren Gravitationskraft in mathematisch verwendbaren Formeln beschrieben werden kann. Ausgangspunkt sind dabei immer die kollisionsfreie Boltzmann-Gleichung in galaktischen Zylinderkoordinaten, die Poisson-Gleichungen und das Jeans'sche Theorem [8, 20]. Als Resultat erhält man ein Modell der Milchstraße, das in mehrere Komponenten aufgespalten ist. (Abb. 12)

5.4 DM in der Scheibe der Galaxis?

Wie bereits beschrieben, ist eine wichtige Anwendung der Rotationskurve die Bestimmung der Massenverteilung in der Milchstraße. Genaugenommen ist die Rotationskurve allein aber nicht ausreichend: Die Dichte kann nur berechnet werden, wenn neben der Kraft, die parallel zur Scheibe wirkt, auch die Kraft bekannt ist, die normal auf die Scheibe wirkt. Denn nur durch diese Normalkomponente kann festgestellt werden, wieviel Masse sich in der Scheibe selbst befindet. Die Massenverteilung in der galaktischen Scheibe ist durch zwei Komponenten charakterisiert, nämlich durch die lokale Volumsdichte ρ_0 und durch die totale Oberflächendichte $\Sigma(\infty)$. Diese beiden dynamischen Größen werden vom vertikalen galaktischen

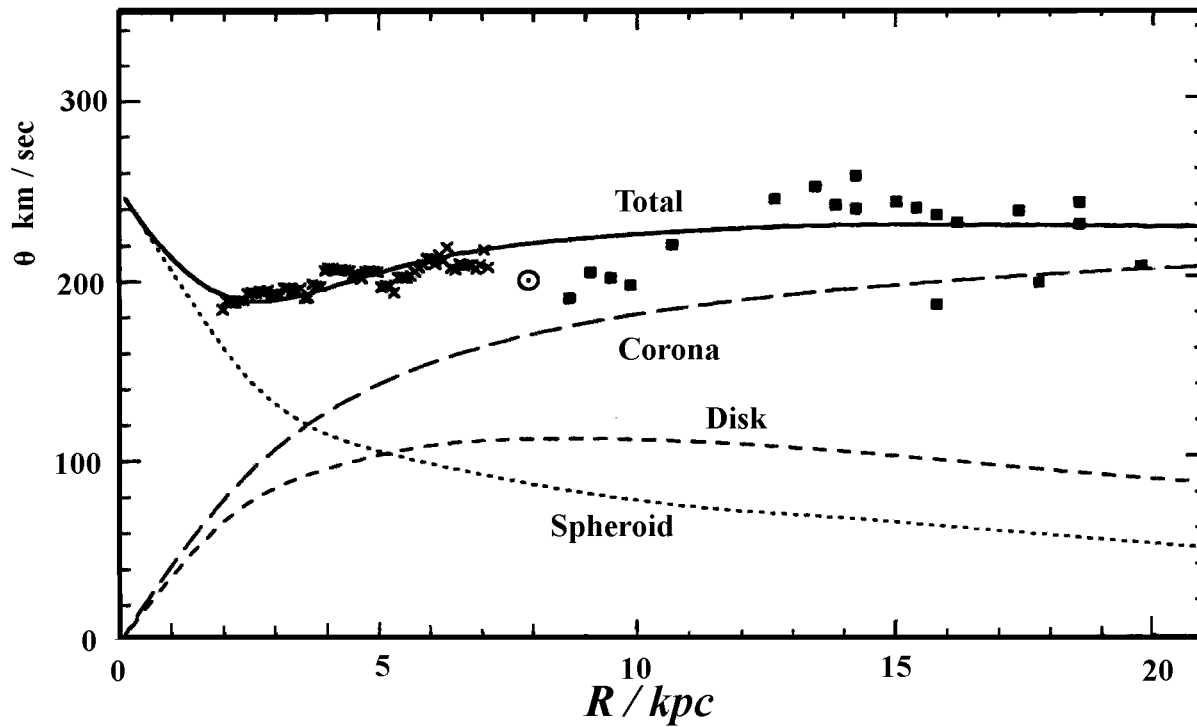


Abbildung 12: Das Massenmodell der Galaxis, durch die Rotationskurven der einzelnen Komponenten repräsentiert [19]

Kraftfeld $K_z(z)$ bestimmt. Es werden für die Messungen solche Objekte verwendet, die eine sehr schwache Konzentration zur Milchstaebene zeigen (siehe auch Tabelle 3).

sehr stark	O-, B-Sterne, Cepheiden, offene Sternhaufen
stark	A-Sterne, Novae, T Tau-Sterne, Emissionsnebel, PNe
mittel	F-Sterne, Mira-Sterne, Dunkelwolken
schwach	G-, K-Sterne
keine	RR Lyr-Sterne, Kugelhaufen

Tabelle 3: Diese Tabelle gibt eine Vorstellung davon, welche Objekte mehr zur galaktischen Ebene konzentriert sind [27].

Von den beiden Größen $\Sigma(\infty)$ und ρ_0 ist die lokale Volumsdichte ρ_0 der am häufigsten berechnete Wert. Er gibt an, wieviel Masse pro Volumseinheit in der Sonnenumgebung vorhanden ist und wird auch als die mittlere (Volumsmassen-)Dichte der Galaxis bezeichnet. Die Einheiten von ρ_0 sind daher auch $M_\odot pc^{-3}$. Die größte Unsicherheit bei der Berechnung von ρ_0 ist, die interstellare Materie mitsamt ihrer Absorption richtig einzubeziehen. Der beste verfügbare Wert für identifiziertes Material liegt bei $\rho_0 \sim 0.1 M_\odot pc^{-3}$. Die Unsicherheiten sind aber noch groß und immer noch nicht richtig verstanden. So werden die Fehler auf über 25% geschätzt. Ein Vergleich mit Werten aus dynamischen Analysen läßt den Schluß zu, daß vielleicht ein gewisser Anteil an DM in der galaktischen Scheibe

vorhanden ist.

Die zweite Methode, die Masse in der Sonnenumgebung zu beschreiben, ist die integrale Oberflächendichte $\Sigma(\infty)$ mit den Einheiten $M_{\odot} pc^{-2}$. Sie ergibt sich aus der totalen Masse einer Säule, die senkrecht zur galaktischen Ebene steht. Kürzliche Berechnung ergaben einen Bereich von $45 - 80 M_{\odot} kpc^{-2}$.

Bis heute ist der Anteil der DM in der Scheibe ein ungeklärter Streitpunkt. So wurde zum Beispiel auch gezeigt, daß mit einem etwas abgeflachten Halo überhaupt keine DM für die Scheibe notwendig sei, um alle Messungen zu erklären. Dabei kam man auf einen Wert für $\rho_0 = 0.09 - 0.12 M_{\odot} pc^{-3}$. Für die Dunkle Materie (DM) würden nur mehr $0.03 M_{\odot} pc^{-3}$ als Obergrenze übrigbleiben! Genausogut könnte gar kein Anteil an DM vorhanden sein. Es wurde viel über die Meßmethoden und systematische Fehler diskutiert. Zusammenfassend läßt sich sagen: Es besteht die Möglichkeit, daß etwas DM in der Scheibe vorhanden ist, aber es ist kein wirklich klarer Bedarf gegeben. [1]

5.5 Ein Halo aus Dunkler Materie

Die flache Rotationskurve der Galaxis (ebenso wie in anderen Galaxien) läßt uns glauben, daß viel mehr Masse vorhanden sein muß, als wir durch die Dichteverteilung der Scheibe erhalten. Es ist die Art des kinematischen Verhaltens, die uns zur Existenz eines massiven, dunklen und weit ausgedehnten Halos führt, wenn wir schon nicht sehr viel DM in der Scheibe finden.

Gleichung (26) ist natürlich für alle Radien gültig, wenn bedacht wird, daß nur die Masse innerhalb des Radius beschrieben wird.

$$\Theta^2(R) = \alpha \frac{GM(R)}{R} \quad (31)$$

In der Milchstraße messen wir eine flache Rotationskurve, das heißt $\Theta^2 = const.$ Daraus folgt nun, daß $M(R) \propto R$ und somit ist die Dichte $\rho = (Masse \propto R)/(Volumen \propto R^3)$, also $\rho \propto 1/R^2$

Dieser Zusammenhang sollte zumindest in den äußeren Teilen der Galaxis gelten. Weiter innen hat die Scheibe einen viel größeren Einfluß auf die Bewegung, wie man aus der inneren Rotationskurve sieht (Abb. 8). Das heißt, für einen Radius $R < 10 kpc$ sollte der Haloanteil mit $\rho \propto 1/R^2$ nicht gelten, sondern viel kleiner sein.

5.6 Der galaktische Warp

Einige sehr weit entfernte Wasserstoffwolken, die mittels der 21 cm Linie gemessen wurden, liegen nicht bei allen Längengraden in der galaktischen Ebene. Um $l = 90^\circ$ liegt das Gas etwas nördlich der Ebene und bei $l = 270^\circ$ etwas südlich davon. Obwohl vom galaktischen Zentrum bis zur Sonnenumgebung die Gasschichten sehr flach sind, zeigen diese bei größerer Entfernung eine systematische Biegung nach oben bzw. unten. Das Resultat ist der Warp der Milchstraße. Die neuesten Werte stammen vom Satelliten HIPPARCOS und bestätigen diesen Befund anhand von Messungen im optischen Bereich.

Als der Warp vor fast 40 Jahren entdeckt wurde, fiel gleich auf, daß er in Richtung der Magellanschen Wolken zeigt. Die Masse dieser Wolken ist aber zu klein, um einen starken Effekt auf die Milchstraßenebene zu haben. Als Lösung könnte eine Passage der Magellanschen Wolken oder anderer Begleitgalaxien durch das jeweilige Perigalaktikum gelten.

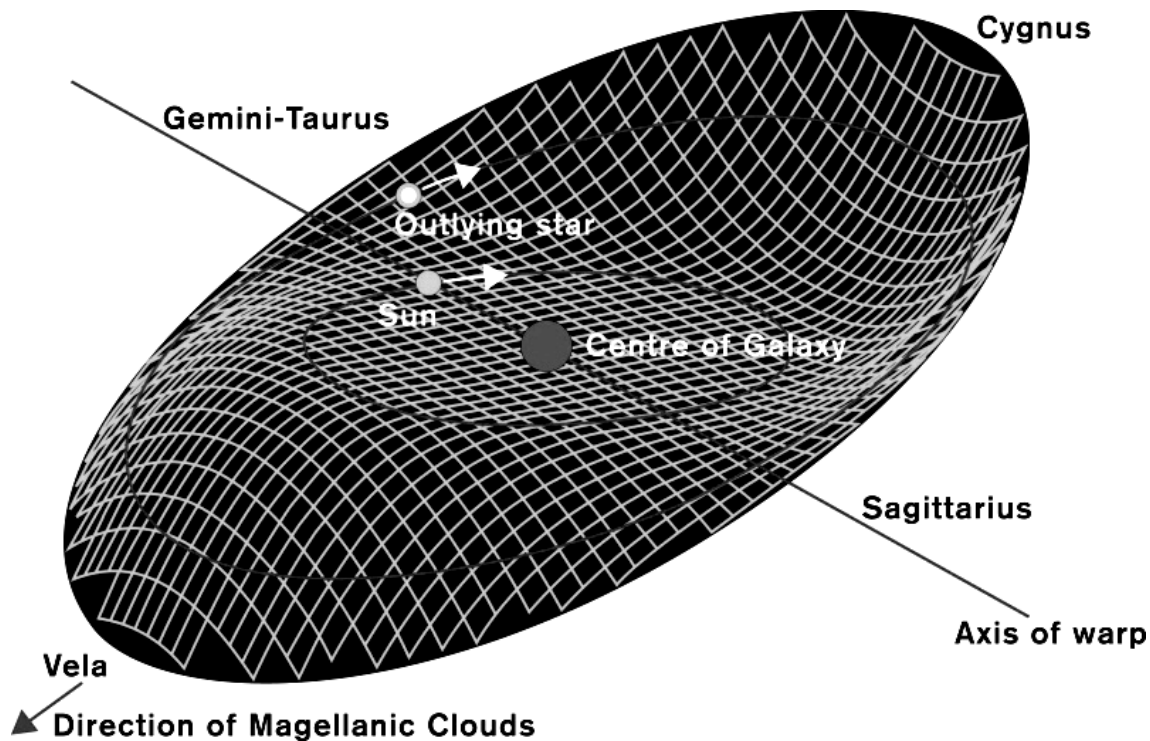


Abbildung 13: Der galaktische Warp, wie er durch HIPPARCOS bestätigt wurde [26]

Der Warp ist nicht einzigartig. Inzwischen wurde in zahlreichen anderen Galaxien Ähnliches gefunden. Einige dieser Galaxien haben aber offensichtlich keine störenden Begleitgalaxien. Wie aber kann sich eine Galaxie auf „natürliche“ Weise derartig krümmen? Die Erklärung der Moden, in denen sich die Scheibe krümmt, ist ein schwieriges mathematisches Problem. Als Möglichkeit betrachtet man einen etwas abgeflachten Halo, eventuell mit einer kleinen Neigung gegen die Milchstaebene. Der Halo übt somit ein Drehmoment auf die Scheibe aus und verursacht eine Präzession der Drehachse unserer Milchstraße [8].

Ein Problem dabei ist immer noch, daß mit dem Halo ein stationäres Potential angenommen wurde, in dem die Milchstraße sich dreht und eine Präzessionsbewegung ausführt. Natürlich verletzt diese Annahme die Erhaltung des Drehmoments. Berechnungen ergaben, daß es sehr wohl einen Rückkopplungseffekt der Milchstraße auf den Halo gibt. Es ist also essentiell, den Halo und die Galaxis als ein gekoppeltes System zu betrachten. Kürzliche Simulationen ergaben, daß der Warp aber dadurch zu einem kurzlebigen Phänomen wird, nämlich bis sich die Achsen der Galaxis und des Halos angeglichen haben. [17]

So bleibt das allgemeine Phänomen des „disk warping“ bisher ungeklärt, aber nach anderen Möglichkeiten wird gesucht. Sehr hilfreich wäre eine klare Statistik aus Beobachtungen von Warps in anderen Galaxien.

6 Massenabschätzung durch entfernte Objekte

6.1 Die Fluchtgeschwindigkeit

Wenn wir die Galaxis als eine isolierte Punktmasse betrachten und annehmen, daß alle Sterne in Sonnenumgebung an die Galaxis gebunden sind, dann ist die höchste Geschwindigkeit,

die in unserer Nachbarschaft beobachtet wird

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{-2\phi(R_0)} \quad (32)$$

Sie wird als parabolische Fluchtgeschwindigkeit bezeichnet, wobei $\phi = -\frac{GM}{R}$ das Potential unserer Milchstraße ist. Sie gilt natürlich auch für andere Radien. Einige wichtige Punkte sollten dabei aber beachtet werden, denn durch diese kann eine Statistik fehlerhaft werden:

- Es gibt sehr wenige Objekte, die diese Fluchtgeschwindigkeit erreichen. Die gemessene Maximalgeschwindigkeit liegt dann meistens unter der wahren Fluchtgeschwindigkeit.
- Es gibt große Fehler in Messungen der Radialgeschwindigkeit und der Entfernung.
- Die Messungen könnten ungebundene Sterne enthalten, die von irgendwo in der lokalen Gruppe kommen.
- Sterne aus Mehrfachsystemen können auf Fluchtgeschwindigkeit beschleunigt werden, sodaß sie aus der Galaxie fliegen und wir dadurch einen zu großen Wert erhalten.

6.2 Kugelsternhaufen

Shapley (1918) erkannte, daß die Kugelsternhaufen die Form und die Orientierung der Milchstraße widerspiegeln. So besteht natürlich auch die Hoffnung, daß die Massenverteilung der Milchstraße die Kinematik der Kugelsternhaufen bestimmt. Zur Zeit kennt man etwa 150 solche Objekte und deren Radialgeschwindigkeit. Fehler in der Entfernungsbestimmung führen aber zu bestimmten Schwierigkeiten, besonders wenn die Sternhaufen in der Nähe des Milchstraßenzentrums liegen [5]. Die Geschwindigkeitsverteilung, die man bei einem abgeflachten oder nichtsphärischen Halo machen würde, sind durch diese Fehler verschmiert. Und so geben die Kugelsternhaufen keine größere Einschränkung auf die Masse der Galaxis und die Form eines Halos.

6.3 Entfernte Sterne

Die Galaxis enthält eine sphärische Verteilung von metallarmen Sternen, deren Anzahl aber stark mit der Entfernung vom Zentrum abfällt. Mit ihnen kann man die Massenverteilung der Galaxis bis zu einigen zehn *kpc* bestimmen. Das Hauptproblem liegt darin, daß die v_z -Komponente der Geschwindigkeit zu klein ist, um weit über die galaktische Scheibe zu kommen. Das spiegelt sich in einer abgeflachten Verteilung wieder. Eine hohe z -Komponente wäre aber notwendig, um einen Massenanteil von DM in der Scheibe feststellen zu können. Es ist ebenfalls, wie bei den Kugelsternhaufen, keine direkte Aussage über die Massenverteilung möglich.

6.4 Entfernte Satelliten der Milchstraße

Viele Autoren haben sich Satellitengalaxien zur Bestimmung der Massenverteilung zunutze gemacht. Früher waren die Fehler der Geschwindigkeitsmessung sehr groß, heute leidet die Analyse immer noch an der geringen Anzahl der Objekte: Es gibt nur knapp zehn Begleitgalaxien in einer Entfernung bis 300 *kpc*. Ebenso kann man daraus nicht die Anisotropie eines Halos bestimmen.

Als erste Frage taucht natürlich auf: Sind diese Begleitgalaxien überhaupt an die Milchstraße gebunden? Es gibt einen Hauptverdacht dafür, denn sie sind stark zur Milchstraße hin konzentriert. Eine Ausnahme bildet sicher das Objekt Leo I, das eine zu hohe Radialgeschwindigkeit aufweist und die Fluchtgeschwindigkeit, durch andere Methoden berechnet, bei weitem überschreitet.

7 Zusammenfassung

Jahr	Gesamtmasse in M_{\odot}	Reichweite in kpc	Autoren
1922	$0.1 - 1 \cdot 10^{11}$	8	Kapteyn
1926	$1.8 \cdot 10^{11}$		Lindblad
1927	$0.8 \cdot 10^{11}$		Oort
1934	$2.4 \cdot 10^{11}$		Bucarius
1936	$1.65 \cdot 10^{11}$		Plaskett und Pearce
1938	$1.77 \cdot 10^{11}$		Camm
1965	$1.8 \cdot 10^{11}$		Schmidt
1983	$8.9 \pm 2.6 \cdot 10^{11}$	44	Innanen et al.
1983	$4.6 - 9.2 \cdot 10^{11}$		Lynden-Bell et al.
1987	$\sim 10 \cdot 10^{11}$	100	Benney und Tremaine
1987	$2.4 \cdot 10^{11}$	46	Little und Tremaine
1988	$4 - 10 \cdot 10^{11}$	50	Rohlfis und Kreitschmann
1989	$8.1 - 21 \cdot 10^{11}$	120-210	Zaritsky et al.
1989		> 46	Salucci und Frenk
1989	$> 2 \cdot 10^{11}$		Peterson und Latham
1992	$13 \cdot 10^{11}$	230	Kulesa und Lynden-Bell
1992	$4 \cdot 10^{11}$	35	Fich und Tremaine
1992	$2.4 \cdot 10^{11}$	20	Merrifield
1996	$4.9 \pm 1.1 \cdot 10^{11}$	50	Kochanek
1996	$2 \cdot 10^{11}$	15	Honma und Sofue

Tabelle 4: Einige Werte für die Gesamtmasse der Milchstraße und die Reichweite eines Halos, entnommen aus Reviewarbeiten [1][5] und den Artikeln der Autoren selbst

Verschiedene Messungen über die Dynamik von Objekten in der Milchstraße legen uns nahe, daß ein Großteil der Masse außerhalb der sichtbaren Verteilung der Sterne liegt. Ähnlich zu anderen Galaxien soll diese Masse in einer unsichtbaren Halokomponente liegen. Es sind aber bis heute Form und Reichweite des Halos unbestimmt. Konservative Modelle geben dem Halo eine Größe von $r_{max} \approx 35 \text{ kpc}$ und der Milchstraße eine Gesamtmasse von $M_G \approx 4 \cdot 10^{11} M_{\odot}$. Diese „minimale“ Galaxis ist mit den Messungen der Rotationskurve weitgehend konsistent, sowie mit der lokalen Fluchtgeschwindigkeit, der Kinematik der Ku-

gelsternhaufen und der Kinematik der meisten Satellitengalaxien. Dieses Modell kann aber zum Beispiel nicht die große Geschwindigkeit von Leo I erklären. Man kann natürlich sagen, daß Leo I nicht an die Milchstraße gebunden ist.

Der Wert der Milchstraßenmasse war seit den ersten Ansätzen großen Schwankungen unterworfen. Einen Überblick über die verschiedenen Ergebnisse über die Masse der Galaxis und die Reichweite eines Halos gibt Tabelle 4.

Die detaillierte Natur des Halos bleibt weiterhin ein Rätsel. Abgesehen von der Dichteverteilung weiß man sehr wenig über ihn. Er könnte vielleicht ein wenig abgeflacht sein. Andernfalls wäre es schwierig, die Warps der Milchstraße zu erklären (Kapitel 5.6). Die Reichweite des Halos ist ebenso ungewiß wie kontroversiell. Die Messungen reichen heute etwa bis $2.5 R_0$, das sind etwa 20 kpc . Trotzdem können einige Aussagen über den Halo mittels der Kugelsternhaufen und unserer Nachbargalaxien gemacht werden. Früher wurde die Masse des Halos als recht groß eingeschätzt. Heute ist dieser Punkt immer noch strittig, aber die Werte liegen häufig zwischen 2 und $4 \cdot 10^{11} M_{\odot}$ und einer Reichweite von einigen 10 kpc .

Woraus besteht nun der Halo? Verschiedene Ansätze wurden schon gemacht, aber alle bleiben bis heute spekulativ. Rote Zwergsterne können es nicht sein, denn sie müßten in so großer Zahl vorhanden sein, daß man sie wohl schon entdeckt hätte. Braune Zwerge oder viele „Jupiter“ könnten es sein. Genausogut könnten es Felsen oder Asteroiden sein. Staub ist wiederum ausgeschlossen, da er die Strahlung ferner Sterne komplett absorbieren würde. Vielleicht sind es auch Schwarze Löcher oder noch unentdeckte Elementarteilchen in großer Zahl. Kosmologen haben in Simulationen gezeigt, daß solche postulierten Teilchen auf entstehende Galaxien fallen und dadurch einen Halo mit DM bilden könnten.

Obwohl der Halo der Milchstraße sehr wenig verstanden ist, so ist er doch eine ganz wichtige Komponente im Verständnis der Milchstraße.

Literatur

- [1] K. Ashman, *Dark Matter in Galaxies*, 1992, PASP, 104, 1109
- [2] J. Bahcall, *Self-Consistent Determinations of the Total Amount of Matter Near the Sun*, 1984, ApJ, 276, 169
- [3] N. Bahcall, *Dark Matter*, 1996, astro-ph/9611080 11 Nov. 1996
- [4] J. Binney, W. Dehnen, *The Outer Rotation Curve of the Milky Way*, 1997, MNRAS, 287L, 5
- [5] M. Fich, S. Tremaine, *The Mass of the Galaxy*, 1991, ARA&A, 29, 409
- [6] J. Frieman, R. Scoccimarro, *Can MACHO's Probe the Shape of the Galaxy Halo?*, 1994, ApJ, 431, L23
- [7] S. Frink, B. Fuchs, S. Röser, R. Wielen, *Derivation of the Galactic Rotation Curve Using Space Velocities*, 1996, astro-ph/9604113 23 Apr. 1996
- [8] G. Gilmore, I. King, *The Milky Way as a Galaxy*, 1989, SAAS-FEE, P49-Mil
- [9] G. Gilmore, *The Distribution of Dark Matter in the Milky Way Galaxy*, 1997, astro-ph/9702081 10 Feb. 1997

- [10] A. Gould, *The Planning and Analysis of Galactic Disk Tracer Observations*, 1990, ApJ, 360, 504
- [11] M. Honma, Y. Sofue, *Mass of the Galaxy Inferred from Outer Rotation Curve*, 1996, PASJ, 48L, 103
- [12] M. Honma, Y. Sofue, *Rotation Curve of the Galaxy*, 1997, PASJ, 49, 453
- [13] M. Honma, Y. Sofue, *On the Keplerian Rotation Curves of Galaxies*, 1997, PASJ, 49, preprint
- [14] H. Kartunnen, P. Kröger et al., *Astronomie*, 1990, Springer-Lehrbuch
- [15] F. Kerr, D. Lynden-Bell, *Review of Galactic Constants*, 1986, MNRAS, 221, 1023
- [16] C. Kochanek, *The Mass of the Milky Way*, 1996, ApJ, 457, 228
- [17] K. Kuijken, *Interactions between Massive Dark Halos and Warped Disks*, 1996, astro-ph/9611050 6 Nov. 1996
- [18] A. Kulesa, D. Lynden-Bell, *The Mass of the Milky Way Galaxy*, 1992, MNRAS, 255, 105
- [19] M. Merrifield, *The Rotation Curve of the Milky Way to $2.5 R_0$ from the Thickness of the H I Layer*, 1992, AJ, 103, 1552
- [20] D. Mihalas, *Galactic Astronomy*, 1968, Freeman, MIH
- [21] R. Oldershaw, *The Galactic Dark Matter: Predictions and Observations*, astro-ph preprint
- [22] R. Olling, M. Merrifield, *The Shape of the Milky Way's Dark Halo*, 1997, astro-ph/9710224 21 Oct. 1997
- [23] M. Persic, P. Salucci, F. Stel, *The Universal Rotation Curve of Spiral Galaxies: The Dark Matter Connection*, 1995, astro-ph/9506004 01 Jun. 1995
- [24] A. Philip, P. Lu, *The Gravitational Force Perpendicular to the Galactic Plane*, Davis Press, P49-1989
- [25] J. Vallee, *Galactic Magnetism and the Rotation Curves of M31 and the Milky Way*, 1994, ApJ, 437, 179
- [26] HIPPARCOS Meeting Venice 1997, <http://www.estec.esa.nl/spdwww/hipparcos/V97/warp.htm>
- [27] H.H. Voigt, *Abriss Astronomie*, 1991, BI-Wissenschaftsverlag